

Oponentský posudek habilitační práce Ing. Libora Šnobla Ph.D., akademického pracovníka katedry fyziky FJFI ČVUT, Praha, habilitační práce, nazvané:

"Lie algebras : their structure and applications" .

Tato habilitační práce byla vypracována na katedře fyziky FJFI ČVUT v Praze, v roce 2011.

K habilitačnímu řízení předkládaná práce je věnována problematice studia Lieových algeber, některých dosud otevřených matematických problémů teorie Lieových algeber a dále pak studiu některých tříd fyzikálně významných modelů, studovaných v literatuře pomocí Lieových algeber a jím odpovídajících Lieových grup.

Je nepochybně důležité připomenout, že teorie Lieových algeber, jím odpovídajících Lieových grup a jejich reprezentací, představují v moderní teoretické a matematické fyzice klíčový matematický instrument, umožňující studovat fundamentální vlastnosti fyzikálních systémů, popisovaných odpovídajícími matematickými modely, vlastnosti, k nimž patří především symetrie, a to nejen kinematické a geometrické, ale rovněž dynamické symetrie, jejichž pomocí lze v mnoha případech řešit velice efektivně fundamentální dynamické problémy jednotlivých fyzikálních modelů.

Klíčovou třídu fundamentálních Lieových algeber představují poloprosté Lieovy algebry, jejichž klasifikace, obsahující čtyři typy nekonečných serií těchto algeber a navíc obsahuje ještě navíc pět samostatných vyjimečných algeber. Toto klasifikační schema představuje jeden z triumfů matematiky a dává možnosti obrovských aplikací těchto algeber v teoretické a matematické fyzice.

Kromě těchto poloprostých Lieových algeber existuje navíc nekonečná množina dalších Lieových algeber, jejichž charakteristickou vlastností je, že nejsou poloprostými algebrami. Jejich význam ovšem spočívá v tom, že hrají dnes významnou roli ve fyzikálních modelech matematické fyziky.

Klasifikace těchto dalších algeber představuje dnes otevřený matematický problém, k jehož řešení netriviálním a významným způsobem přispěl a přispívá rovněž Libor Šnobl v řadě prací, jež se staly součástí jím předkládané habilitační práce. Jedná se o klasifikaci nízko-dimensionálních Lieových algeber, z nichž největší význam pro matematickou fyziku mají ty Lieovy algebry, jejichž dimenze nepřevyšuje dimenzi 8.

Je nutné zdůraznit, že problematika klasifikace a studium vlastností těchto nízko-dimensionálních Lieových algeber, včetně mimořádně významných bosonových realizací těchto algeber byla a je v poslední době velmi intenzivně studována především na Universitě v Montrealu pod vedením především profesorů Jiřího Patera a Pavla Winternitze. Libor Šnobl na těchto aktivitách na Universitě v Montrealu rovněž řadu let velmi intenzivně participoval a nadále participuje.

Vzhledem k tomu, že habilitační práce Libora Šnobla je předkládána k obhajobě na Fakultě ČVUT, považuji za nutné znovu zdůraznit klíčový význam Lieových algeber a Lieových grup a jejich reprezentací při popisu fundamentálních fyzikálních modelů, t.j. jejich vlastností a metod řešení dynamických problémů v těchto modelech. Považuji za užitečné připomenout v této souvislosti, že existuje nedávno sepsaný mimořádně kvalifikovaný přehled těchto aplikací, přehled, který byl prezentován v disertační práci Dr. Pavla Cejnara z MFF UK, práci, nazvané: "Symmetry, in Collective Dynamics of Atomic Nuclei", předložené k obhajobě v roce 2009, jejímž cílem bylo získat vědecký titul "Doctor věd".

Předkládaná habilitační práce Libora Šnobla obsahuje vedle Úvodu čtyři kapitoly, v nichž jsou prezentovány následující čtyři oblasti Šnoblových vědecko-výzkumných aktivit:

-kapitola 1- nazvaná "Introduction "

představuje shrnutí fundamentálních výsledků, týkajících se problémů klasifikace Lieových algeber a jím odpovídajících enveloping algeber, především s ohledem na problémy konstrukce a klasifikace Casimirových operátorů pro jednotlivé algebry, dále

je v této kapitole presentováno shrnutí fundamentálních výsledků, týkajících se Lieových grup, odpovídajících jednotlivým Lieovým algebrám s ohledem na možnosti použít tyto Lieovy grupy při studiu symetrií algebraických a diferenciálních rovnic.

Nakonec tato první kapitola obsahuje soubor matematických pojmů a výsledků, jejichž pomocí lze formulovat a studovat specifickou třídu nelineárních modelů, především pak sigma-modelů, jež mají klíčový význam v současných nelineárních teoriích elementárních částic.

-kapitola 2- nazvané: "Structure of certain solvable and Levi-Decomposable algebras"

představuje presentaci čtyř fundamentálních původních prací, z nichž dvě jsou publikovány s Prof. P. Winternitzem, jedna s D. Karáskem, a jednu z těchto čtyř prací publikoval Libor Šnobl sám.

Považují tuto druhou kapitolu za nejvýznamnější část celé habilitační práce, poněvadž obsahuje velké množství původních výsledků, jež obohacují naše znalosti o spektru nízko-dimensionálních Lieových algeber/jež leží mimo rámec klasifikačního schematu poloprostých Lieových algeber/ znalosti o vlastnostech enveloping algeber jednotlivých nízko-dimensionálních algeber, především pak znalosti o Casimirových operátorech, atd.

Považují za nutné připomenout, že Libor Šnobl ve všech publikovaných pracích cituje - z hlediska fundamentální fyziky mimořádně významnou aplikaci nízko-dimensionálních Lieových algeber, jejichž dimenze nepřevyšuje dimenzi 8, a sice roli těchto algeber při konstrukci exaktních analytických řešení Einsteinových rovnic. Jedná se o citaci knih:

A. Z. Petrov: "Einstein spaces" ,

H. Stephani, "Einstein's Field Equations , their exact Solutions".

Obecně řečeno, nízko-dimensionální Lieovy algebry a jejich bosonové realizace hrají klíčovou roli v methodách konstrukce řešení diferenciálních rovnic, v methodě, popsané na př. v knize: H. Stephani: "Differential Equations, Their Solution Using Symmetries".

A právě pro popis těchto symetrií je důležité znát klasifikaci nízko-dimensionálních Lieových algeber, což je problém, k jehož řešení přispěl netriviálním a významným způsobem Libor Šnobl.

-kapitola 3 -předkládané habilitační práce je nazvána:

"Symmetries of differential equations with anticommuting variables"

a je věnována studiu diferenciálních rovnic, jejichž charakteristickou vlastností je, že klasické Lieovy symetrie těchto rovnic jsou zobecněny na supersymetrie.

Tato kapitola obsahuje dvě publikované práce, jejichž spoluautorem je Libor Šnobl. V těchto pracech jsou studována supersymetrická rozšíření fyzikálně významných nelineárních rovnic, a sice, rovnic typu: sin-Gordon, sinh-Gordon, Korteweg-de Vries, non-linear Schrödinger, sigma-modely, a další. Pro první dva typy zmíněných rovnic jsou konstruována exaktní řešení pomocí supersymetrií.

Všechny tyto nelineární rovnice hrají klíčovou roli ve fyzice solitonů. Představují integrabilní systémy, jejichž zcela vyjimečnou vlastností je, že pro ně lze exaktně analyticky konstruovat nejen jedno-solitová řešení, ale rovněž všechna n -multi-solitonová řešení, $n = 2, 3, 4, \dots$.

Supersymetrická rozšíření těchto nelineárních rovnic představují novou třídu integrabilních solitonových systémů, jež přirozeně podstatně rozšiřují možnosti aplikací ve fyzice. Obě zmíněné práce představují svým obsahem netriviální a významný příspěvek k nelineární matematice a k fyzice solitonů. Poslední čtvrtá kapitola, nazvaná:

"Aspects of Poisson-Lie T-Dual Models",

je věnována studiu velice aktuálních modelů-typu teorie strun. Tyto modely jsou studovány pomocí specifických vnitřních symetrií těchto modelů, symetrií typu Poisson-Lie T-plurality, symetrií, jež lze interpretovat jako kanonické transformace v těchto modelech.

Konkretní výsledky studia odpovídajících problémů jsou obsaženy v třech pracech, jejichž spoluautorem je rovněž Libor Šnobl.

Tyto práce představují nepochybně významný příspěvek k současné teorii strun a superstrun, jejichž cílem je formulovat fundamentální teorii elementárních částic, teorii, sjednocující především všechny typy dnes známých fundamentálních interakcí.

V předchozím textu tohoto posudku bylo již zdůrazněno, že hlavní akcent této habilitační práce spočívá v závažnosti výsledků, jež souvisí s popisem nízko-dimensionálních Lieových algeber, jejich klasifikací, konstrukcí Casimirových operátorů pro ně, konstrukcí jejich bosonových realizací, což umožňuje využívat tyto algebry k popisu symetrií diferenciálních rovnic a ke konstrukci jejich exaktních analytických řešení.

V pražské komunitě matematických fyziků je známo, že studiu nízko-dimensionálních Lieových algeber byla věnována mimořádná pozornost ve dvou doktorských disertacích, Petra Novotného a Jiřího Hrivnáka, disertací, jež byly vypracovány na katedrách fyziky a matematiky FJFI ČVUT v Praze, v letech 2007 a 2009. Výsledkem tohoto mimořádného úsilí je klasifikace nízko-dimensionálních Lieových algeber, získaných methodou gradovaných kontrakcí poloprosté Lieovy algebry $SL(3, \mathbb{C})$.

Překvapuje mne, že v celé předkládané habilitační práci a ani v žádné z publikací, jež tvoří náplň její kapitoly 2, nejsou výsledky klasifikace nízko-dimensionálních Lieových algeber, získaných v disertacích P. Novotného a J. Hrivnáka jakkoliv zmíněny.

Považoval bych za velice užitečné, aby Libor Šnobl využil obhajobu své habilitační práce a k tomuto problému se vyjádřil, a aby výsledky, jež byly získány methodou gradovaných kontrakcí $SL(3, \mathbb{C})$ srovnal se svou klasifikací nízko-dimensionálních Lieových algeber, jejichž dimenze nepřevyšuje dimenzi 8.

Na závěr svého posudku chci jednoznačně konstatovat, že k obhajobě předložená habilitační práce Ing. Libora Šnobla, Ph.D., představuje jak po obsahové, tak i formální stránce představuje mimořádně kvalitní dílo, obsahující řadu původních výsledků v řadě oborů, aktuálně studovaných v současné teoretické a matematické fyzice.

Doporučuji proto, aby po úspěšné obhajobě bylo habilitační řízení ukončeno udělením hodnosti docent

V Praze 5. března 2012

Ing. Miroslav Bednář