

Posudek na habilitační práci Ing. Petra Cintuly, PhD. s názvem
"A General Framework for Mathematical Fuzzy Logic"

Matematická fuzzy logika vznikla na počátku 90. let minulého století jakožto výslednice systematického zkoumání logických systémů, jejichž sémantika je typicky založená na algebrách lineárně uspořádaných pravdivostních hodnot. Základní idea spočívala v poznání, že v té době již velmi dobře rozvinutá teorie fuzzy množin může být užitečným paradigmatickým pro zkoumání systémů, zabývajících se problematikou vágnosti. Jinak řečeno, započalo systematické studium systémů v jazyce matematické logiky, které mají jakožto sémantiku $[0, 1]$ -hodnotové operace, užívané v teorii fuzzy množin. Velice záhy se ukázalo, že uvedený přístup v sobě zahrnuje celou řadu dobře známých logických systémů vícehodnotové logiky.

K první systematizaci výsledků v uvedené oblasti došlo v roce 1998 v monografii prof. P. Hájka, která i když v dnešní době již neobsahuje nejnovější výsledky, tak je považována za "bibli" matematické fuzzy logiky. Její publikování mělo mimo jiné za důsledek obrovský boom ve studované oblasti jak z hlediska množství výsledků tak co do počtu přispívajících autorů.

Evolučně vznikl přirozený problém, jak matematicky uchopit minimální požadavky na fuzzy logiku. Existuje totiž více možností, kdy logika může mít sémantiku založenou na řetězcích. Jeden z možných a dnes již široce akceptovaných přístupů v tomto směru byl vytvořen právě Dr. Cintulou pod názvem "slabě implikační fuzzy logiky" a později zobecněn na "slabě p-implikační logiky".

Obsahem předložené habilitační práce je propojení matematické fuzzy logiky ve shora uvedeném smyslu a tzv. abstraktní algebraické logiky (AAL). Cílem AAL je porozumění vztahů mezi logickými systémy a přiřazenými algebraickými sémantikami, tj. algebraickými strukturami určitého typu. Přesněji řečeno, autorovým cílem bylo vytvoření teorie a techniky v oblasti AAL, adekvátní pojmu fuzzy logiky jakožto logiky řetězců. Bez jakýchkoli pochybností je možno konstatovat, že předložená práce tento cíl beze zbytku naplňuje.

Práce je logicky členěna do sedmi kapitol ve stylu "self-contained" publikace, tedy přístupné i širšímu okruhu čtenářů. Samotný obsah začíná kapitolou 2, uvádějící do AAL, speciální pozornost je v tomto smyslu věnována základnímu pojmu celé práce, a to tzv. slabě-implikačním logikám (WIL). Poznamenejme, že WIL byly autorem zobecněny na tzv. slabě p-implikační logiky, kde je implikace nahrazena jistou množinou formulí.

Kapitola 3 je věnována tzv. substrukturálním logikám. Hrubě řečeno, jde o takové logiky, které při prezentaci Gentzenova typu nesplňují některé ze strukturálních pravidel: exchange, weakening, contraction. Jde o oblast po-

krývající celou řadu logických systémů a ve smyslu AAL charakterizovaných reziduovanými svazy, s prominentní rolí systémů FL a FL_e. Cílem kapitoly je studium vět o dedukci, jejichž důkaz pro FL je, na rozdíl od stávajících přístupů, založen na autorově pojmu "almost MP-based logic" a ukazující jejich jejich vztah k vlastnosti "proof by cases".

Následující kapitola 4 zavádí pojmy zobecněné disjunkce, jejichž charakteristickou vlastností je platnost podmínky "proof by cases". Na rozdíl od jiných přístupů ke zobecněné disjunkci se zde uvažuje parametrizovaný systém formulí namísto formule jediné. Uvedený postup, jak je dále ukázáno, vede ke klasifikaci logik dle vlastností zobecněné disjunkce včetně zavedení nové třídy svazově-disjunktivních logik. Dále jsou v kapitole diskutovány a prezentovány sémantické a syntaktické charakterizace pro ne nutně finitární logiky.

V další kapitole jsou studovány semilineární logiky, přesněji slabě implikační logiky úplné vzhledem k lineárně uspořádaným maticím. V kapitole se autor zabývá vztahem mezi semilinearitou a p-disjunkcemi. Jak bylo známo z dřívějších výzkumů, disjunkce hrála důležitou roli při axiomatizaci celé řady fuzzy logik. Další část kapitoly je věnována problematice úplnosti, která hrála ve fuzzy logice vždy jednu z centrálních oblastí výzkumu.

V poslední kapitole 6 se zavádí predikátová logika pro třídu tzv. Rasiowa-implikativních logik, pro něž existuje přirozená interpretace existenčních a obecných kvantifikátorů formulí. Hlavním výsledkem je jejich úplnost vzhledem k algebrám pravdivostních hodnot.

Celý text je velice vhodně doplněn o kapitolku "Historical remarks and further reading", jejímž účelem je shrnutí studované problematiky se zdůrazněním podstatných věcí a dále doplnění její historické geneze.

V práci jsem našel jen drobné překlepy, které nestojí za diskusi. V kapitole 2 jsou snad jen možná zbytečně uváděny důkazy některých známých vlastností uzávěrových operátorů, podobně v kapitole 3 asi nebylo nutné provádět důkazy základních vlastností logiky SL.

Práce je napsána velice korektním a vyspělým matematickým stylem, nepostrádá ale také čtivost a maximální snahu o vysvětlení studované problematiky. Jak je mi známo, vysoká vědecká úroveň, korektnost a čtivost jsou typickými atributy autorových časopiseckých publikací. Bez jakýchkoli pochyb si dovoluji konstatovat, že Dr. Cintula je vynikající vědeckou osobností světového formátu, jehož habilitační práce nejen splňuje, ale i vysoce překračuje požadavky na habilitační práce kladené. Doporučuji proto, aby byl Dr. P. Cintulovi udělen vědecko-pedagogický titul docent v oboru aplikovaná matematika.

V Olomouci 22.10. 2014

prof. Mgr. Radomír Haláček, Dr., oponent